

2

**Задача 1.** Вычислить производную  $F'(\alpha)$  функции:

**вариант 1**

$$F(\alpha) = \int_{\alpha}^{\alpha^2} (x + \alpha x)^{10} dx.$$

**вариант 2**

$$F(\alpha) = \int_{\alpha}^{\alpha^2} e^{-\alpha x^2} dx.$$

**вариант 3**

$$F(\alpha) = \int_{\cos \alpha}^{\sin \alpha} \cos(\alpha \sqrt{x}) dx.$$

**вариант 4**

$$F(\alpha) = \int_{\alpha}^{\alpha^2} e^{-\alpha(x+\alpha)^2} dx.$$

**вариант 5**

$$F(\alpha) = \int_{\alpha}^{\alpha^2} \sqrt{\alpha x} \sin(\alpha x) dx.$$

**Задача 2.** Исследовать на равномерную сходимость несобственный интеграл:

**вариант 1**

$$\int_0^{+\infty} e^{-\alpha x} \operatorname{arctg}(\alpha x) dx$$

на следующих промежутках: а)  $[\alpha_0, +\infty)$ ,  $\alpha_0 > 0$ ; б)  $(0, +\infty)$ .

**вариант 2**

$$\int_0^{+\infty} \alpha e^{-\alpha x} dx$$

на следующих промежутках: а)  $[\alpha_0, 1]$ ,  $\alpha_0 > 0$ ; б)  $(0, 1]$ .

**вариант 3**

$$\int_0^{+\infty} e^{-\alpha x^2} dx$$

на следующих промежутках: а)  $[\alpha_0, +\infty)$ ,  $\alpha_0 > 0$ ; б)  $(0, +\infty)$ .

**вариант 4**

$$\int_0^{+\infty} (\alpha^2 + x) e^{-\alpha x^2} dx$$

на следующих промежутках: а)  $[\alpha_0, 1]$ ,  $\alpha_0 > 0$ ; б)  $(0, 1]$ .

**вариант 5**

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin(\alpha x)}{\sqrt{x}} dx$$

на следующих промежутках: а)  $[\alpha_0, +\infty)$ ,  $\alpha_0 > 0$ ; б)  $(0, +\infty)$ .

**Задача 3.** Используя формулу Фруллани, вычислить несобственный интеграл:

**вариант 1**

$$\int_0^{+\infty} \frac{\beta \sin(\alpha x) - \alpha \sin(\beta x)}{x^2} dx, \quad \alpha > 0, \beta > 0.$$

**вариант 2**

$$\int_0^{+\infty} \frac{1 - \cos(\alpha x)}{x} \cos(\beta x) dx, \quad \alpha > 0, \beta > 0, \alpha \neq \beta.$$

**вариант 3**

$$\int_0^{+\infty} \frac{\beta \ln(1 + \alpha x) - \alpha \ln(1 + \beta x)}{x^2} dx, \quad \alpha > 0, \beta > 0.$$

**вариант 4**

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin(\alpha x) \sin(\beta x)}{x} dx, \quad \alpha > 0, \beta > 0, \alpha \neq \beta.$$

**вариант 5**

$$\int_0^{+\infty} \frac{\beta \operatorname{arctg}(\alpha x) - \alpha \operatorname{arctg}(\beta x)}{x^2} dx, \quad \alpha > 0, \beta > 0.$$

**Задача 4.** С помощью дифференцирования по параметру вычислить несобственный интеграл:

**вариант 1**

$$\int_0^{+\infty} \frac{1 - e^{-\alpha x}}{x} \cos x dx, \quad \alpha > 0.$$

**вариант 2**

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin(\alpha x)}{x(1+x^2)} dx, \quad \alpha > 0.$$

**вариант 3**

$$\int_0^{+\infty} \frac{e^{-\alpha x} \sin^2(\beta x)}{x} dx, \quad \alpha > 0.$$

**вариант 4**

$$\int_0^{+\infty} \frac{\cos(\alpha x) - \cos(\beta x)}{x^2} dx, \quad \alpha > 0, \beta > 0.$$

**вариант 5**

$$\int_0^{+\infty} \frac{1 - e^{-\alpha x}}{xe^x} dx, \quad \alpha > 0.$$

**Задача 5.** Используя значения интегралов Дирихле и Пуассона-Эйлера, вычислить несобственный интеграл:

**вариант 1**

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin^4(\alpha x)}{x^2} dx.$$

**вариант 2**

$$\int_0^{+\infty} e^{-\alpha x^2} \operatorname{ch}(\beta x) dx, \quad \alpha > 0.$$

**вариант 3**

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin^3 x \cos(\alpha x)}{x} dx, \quad \alpha \in (-1, 1).$$

**вариант 4**

$$\int_0^{+\infty} x e^{-\alpha x^2} \operatorname{sh}(\beta x) dx, \quad \alpha > 0.$$

**вариант 5**

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin^2 x \cos(\alpha x)}{x^2} dx, \quad \alpha \in (-2, 2).$$

**Задача 6.** Используя значения интегралов Эйлера, вычислить несобственный интеграл:

**вариант 1**

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sqrt[5]{x}}{(1+x)^2} dx.$$

**вариант 2**

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{\frac{3}{2}} x \cos^{\frac{1}{2}} x dx.$$

**вариант 3**

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sqrt{x}}{1+x^3} dx.$$

**вариант 2**

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{\frac{2}{3}} x \cos^{\frac{4}{3}} x dx.$$

**вариант 5**

$$\int_0^{+\infty} \frac{x}{(1+x^3)^2} dx.$$

**Задача 7.** Разложить в тригонометрический ряд Фурье на отрезке  $[-\pi, \pi]$  функцию:

**вариант 1**

$$f(x) = \begin{cases} -x^2, & \text{если } -\pi \leq x \leq 0, \\ x^2, & \text{если } 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

**вариант 2**

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } -\pi \leq x \leq 0, \\ x^2, & \text{если } 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

**вариант 3**

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } -\pi \leq x \leq 0, \\ \sin x, & \text{если } 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

**вариант 4**

$$f(x) = \begin{cases} -\sin x, & \text{если } -\pi \leq x \leq 0, \\ x, & \text{если } 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

**вариант 5**

$$f(x) = \begin{cases} -x, & \text{если } -\pi \leq x \leq 0, \\ x^2, & \text{если } 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$